Sorozatok bevezetése

Keressünk a felsorolt elemek tulajdonságai között szabály-szerűséget, és annak megfelelően folytassuk még 5 taggal!

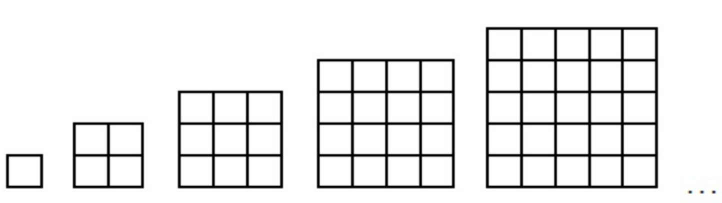
I. -2 1 4 7 10 … 13 16 19 …

II. ♣ ♥ ♠ ♦ ♣ …

III.

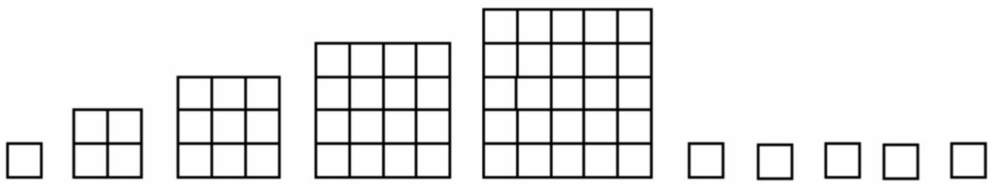
IV. C D E F G …

V.

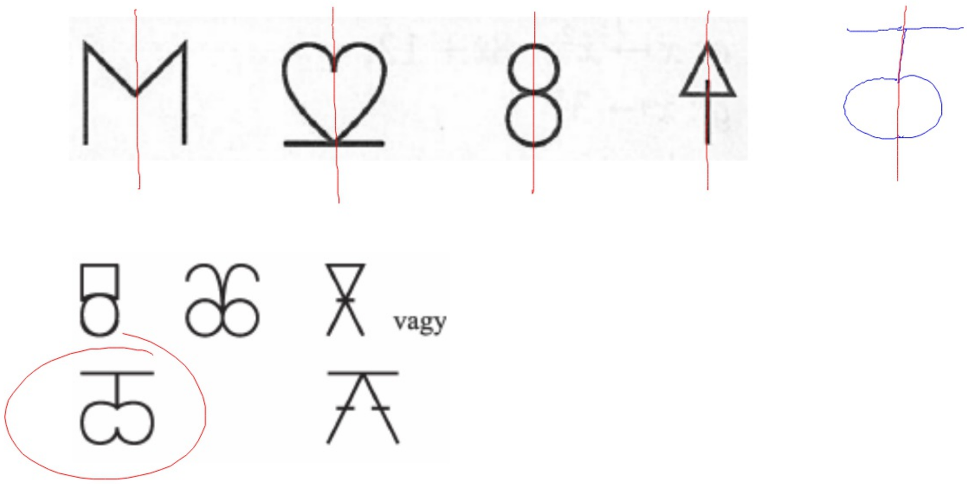


Gondolt-e valaki ezekre?

1



Fgy.: 854.



A fentiek értelmében tehát fontos kihangsúlyozni, hogy ezek a sorozatok bárhogyan folytathatók; egy esetleges „csúnya ” szabály matematikailag éppen olyan helyes, mint egy elegáns vagy frappáns formula. Legfeljebb arra törekedhetünk, hogy a „legvalószínûbb” vagy „legkevésbé önkényes” szabályt próbáljuk megtalálni.

Példák sorozatokra:

1. Prímszámok

$2; 3; 5; 7; 11; \ldots$

$a_1 = 2 \quad a_2 = 3 \quad a_3 = 5 \quad a_4 = 7$

2. $\sqrt{3}$ tizedestört alakjában az egymást követő számok

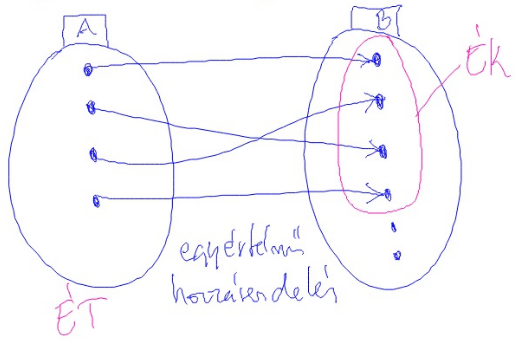
$\sqrt{3} \approx 1{,}7320508\ldots$

$b_1 = 1 \quad b_2 = 7 \quad b_3 = 3 \quad b_4 = 2$

3. 2 pozitív egész kitevős hatványai

$c_1 = 2 \quad c_2 = 4 \quad c_3 = 8 \quad\quad c_{100} = 2^{100} \quad\quad c_n = 2^n$

A függvény definiciójának átismétlése:



$f(x) = 3x + 4$

$5 \longrightarrow 3 \cdot 5 + 4 = 19$

$1 \longrightarrow 2$ $\quad$ $1 \longrightarrow 1{,}5$

$2 \longrightarrow 4$ $\quad$ $2 \longrightarrow 2{,}5$

$3 \longrightarrow 8$

$\vdots$

Definíció

Sorozatnak nevezzük azokat a függvényeket, amelyeknek **értelmezési tartománya** a pozitív egész számok halmaza.

Ha a sorozat **értékkészlete a valós számok halmaza**, akkor **számsorozatról** beszélünk.

Sorozatok megadása:

1. képlettel

a) $a_n = 2n - 3$

a_n : A sorozat általános (n.) tagja.

$a_1 = -1$ $a_2 = 1$ $a_8 = 13$

b) $b_n = \dfrac{3n}{n+2}$

$b_1 = \frac{3}{3} = 1$ $b_2 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ $b_8 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$

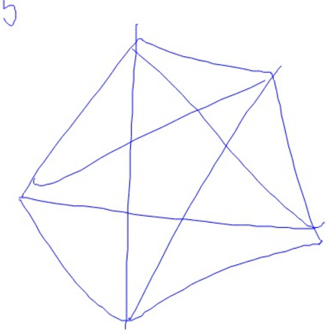
c) $c_n = 5$ (konstans v. állandó sorozat) 5, 5, 5, 5, ...

2. 'szövegesen', utasítással

a) az n. tag az n oldalú konvex sokszög átlóinak száma $(n \geq 3)$

$d_3 = 0$ $d_4 = 2$ $d_5 = 5$

$d_n = \frac{n(n-3)}{2}$



Kösse össze a megfelelő szöveges és algebrai sorozatdefiníciókat!
A képletekben *n* tetszőleges pozitív egészt jelöl.

A sorozat általános tagjának képlete

a pozitív egészek sorozata	$u_n = -n$
a köbszámok sorozata	$u_n = n^3$
a negatív számok csökkenő sorozata	$u_n = 2^n$
a páratlan számok sorozata	$u_n = n$
egymást követő 2-hatványok	$u_n = 2n - 1$

web: http://realika.educatio.hu/ctrl.php/unregistered/preview/preview?userid=0&store=0&pbk=%2Fctrl.php%2Funregistered%2Fcourses&c=40&node=a58&pbka=0&savebtn=1

Adja meg u_1, u_2, u_3, u_4 és u_5 értékét, ha ismert u_n képlete!

$$u_n = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{ha } n \text{ páros} \\ 3n+1 & \text{ha } n \text{ páratlan} \end{cases}$$

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5

http://realika.educatio.hu/ctrl.php/unregistered/preview/preview?userid=0&store=0&pbk=%2Fctrl.php%2Funregistered%2Fcourses&c=40&node=a58&pbka=0&savebtn=1

3. rekurzívan

a) $a_1 = 3$

$$a_n = \frac{3 \cdot a_{n-1}}{2 + a_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

$$a_2 = \frac{3 \cdot 3}{2+3} = \frac{9}{5}$$

$$a_3 = \frac{3 \cdot \frac{9}{5}}{2 + \frac{9}{5}} = \frac{\frac{27}{5}}{\frac{19}{5}} = \frac{27}{19}$$

A Fibonacci-sorozat

Leonardo Pisano (1170–1250?), azaz **FIBONACCI**

Itáliai matematikus; a középkor legnagyobb európai matematikusa. BONACCIO pisai kereskedő fia, innen a Fibonacci (Bonaccio fia) név. Egy észak-afrikai városban nőtt fel, majd kereskedelmi utazásokat tett Egyiptomban, Szíriában, Görögországban és Szicíliában. Röviddel hazatérte után publikálta híres Liber Abaci című művét. A könyv nagymértékben elősegítette az arab algebra és a hindu-arab számírás elterjedését Európában. Nevét őrzi a Fibonacci-sorozat.

A sorozat tetszőlegesen sok tagját könnyedén kiszámíthatjuk egy excel-táblázatban. Létezik az n-edik elem kiszámítására egy zárt képlet is: $f_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right]$, de annak bizonyítása, hogy ez a sorozat azonos a rekurzívan megadott Fibonacci-sorozattal, komoly algebrai ismereteket követel.

Egy nagyszerű videó a számok és a természet összefüggéseiről:

Hf: 874.

g, h, i)

Írjuk fel a sorozatok 1.; 2.; 3. és 10. elemét!

$g_n = (-1)^n$	$h_n = n^2$	$i_n = n^2 + 2n - 3$
$g_1 = -1$	$h_1 = 1$	$i_1 = 1 + 2 - 3 = 0$
$g_2 = 1$	$h_2 = 4$	$i_2 = 4 + 4 - 3 = 5$
$g_3 = -1$	$h_3 = 9$	$i_3 = 9 + 6 - 3 = 12$
$g_{10} = 1$	$h_{10} = 100$	$i_{10} = 100 + 20 - 3 = 117$