

Logikai műveletek

3. K2 Tagadjuk a következő állításokat!

A: Bodzaszörpöt iszom, vagy paprikás krumplit eszem.

B: Elmegyek a kutyával sétálni, és levágom a kertben a fűvet.

C: Elkészítem a matematika házi feladatot, és nem kapcsolom be a számítógépet.

D: Nem veszek kenyeret, vagy veszek sajtot.

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

$\neg A$ = Nem iszok bodzaszörpöt és paprikáskrumplit sem eszem.

$$\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$$

$\neg B$ = Nem megyek a kutyával sétálni vagy nem ~~veszem~~ le a fűvet

6. K2 A felsorolt állítások között keressük meg az azonosakat!

$A \wedge B, A \wedge (\neg B), (\neg A) \wedge B, (\neg A) \wedge (\neg B), \neg(A \vee B), \neg(A \vee (\neg B)), \neg((\neg A) \vee B), \neg((\neg A) \vee (\neg B))$

7. K2 A felsorolt állítások között keressük meg az azonosakat!

$\neg(A \wedge B), \neg(A \wedge (\neg B)), \neg((\neg A) \wedge B), \neg((\neg A) \wedge (\neg B)), A \vee B, A \vee (\neg B), (\neg A) \vee B, (\neg A) \vee (\neg B)$

4. Implikáció (következtetés)

Ha A és B két kijelentés, akkor ezek implikációját $A \rightarrow B$ -vel jelöljük és rajta írjuk a ha A akkor B kijelentést.

A	B	$A \rightarrow B$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

$$|A \rightarrow B| = \begin{cases} h, & \text{ha } |A|=i \text{ és } |B|=h \\ i & \text{különben} \end{cases}$$

Definíció

A logikai „ha A , akkor B ” (implikáció) kétváltozós művelet csak akkor hamis, ha az A igaz és a B hamis. Jele: $A \rightarrow B$ vagy $A \Rightarrow B$. Így olvassuk: ha A , akkor B ; vagy A -ból következik B ; vagy A implikáció B .

A	B	$A \rightarrow B$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

$A =$ Ha egy szám 0-ra részölhető akkor osztható 5-tel.
 $B \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \quad C$

$A = B \rightarrow C$

$[A] = i$

Az A állítás megfordítása: Ha egy szám osztható 5-tel akkor 0-ra részölhető
 $C \quad \quad \quad \rightarrow \quad \quad \quad D$

~~Az~~ A állítás megfordítása hamis.

$K = E_{90} \Delta$ derékszögű.

$L = A \Delta$ oldalaira igaz, hogy $c^2 = a^2 + b^2$

$$|K \rightarrow L| = i$$

$$|L \rightarrow K| = i$$

5, Ekvivalencia (egyenértékesség)

Ha A és B két kijelentés, akkor ezek ekvivalenciáját $A \leftrightarrow B$ -rel jelöljük és ráíthatjuk hogy A ekvivalens B -vel. (akkor és csak akkor A , ha B ; pontosan akkor A , ha B)

$$|A \leftrightarrow B| = \begin{cases} i, & \text{ha } |A| = |B| \\ h, & \text{különben} \end{cases}$$

A	B	$A \leftrightarrow B$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

Definíció

Az „**A akkor és csak akkor B**” kétváltozós logikai állítás pontosan akkor igaz, ha mindkét tagja egyszerre igaz vagy egyszerre hamis. Jele $A \leftrightarrow B$. Kiolvasható: A ekvivalens B -vel vagy A pontosan akkor, ha B . Táblázattal is megadhatjuk a műveletet:

A	B	$A \leftrightarrow B$
i	i	i
i	h	h
h	i	h
h	h	i

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

Hányféle kétváltozós művelet lehetséges?

A	B	A \otimes B
i	i	2 lehetőség
i	h	2 —
h	i	2 —
h	h	2 —

$2^4 = 16$

K1 26. Tekintsük a következő állításokat:

A : Az n szám hattal osztható; B : az n szám páros szám;

C : Az n szám 12-re végződik; D : az n szám prímszám;

E : Az n szám 4-gyel osztható; F : az n szám nem osztható 9-cel;

G : Az n szám számjegyeinek összege osztható 3-mal.

Írjuk le az előző állításokból a következő műveletekkel megfogalmazott új állításokat:

a) $A \rightarrow C$;

b) $B \rightarrow D$;

c) $(B \wedge D) \rightarrow F$;

d) $(B \vee A) \rightarrow (A \wedge G)$;

e) $E \rightarrow C$;

f) $(G \vee B) \leftrightarrow A$;

g) $(E \wedge B) \rightarrow D$.

Döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

a, b, c -t kell csak leírni

$$|A \rightarrow C| = h$$

26. a) $A \rightarrow C$;

ha a szám osztható 6-tal \Rightarrow 12-re végződik;

b) $B \rightarrow D$;

ha nem páros szám \Rightarrow prím;

c) $(B \wedge D) \rightarrow F$;

páros szám és prím \Rightarrow nem osztható 9-cel;

d) $(B \vee A) \rightarrow (A \wedge G)$;

ha páros vagy 6-tal osztható \Rightarrow páros és a számjegyeinek összege 3-mal osztható;

e) $E \rightarrow C$;

ha 4-gyel nem osztható egy szám \Rightarrow nem végződik 12-re;

f) $(G \vee B) \leftrightarrow A$;

egy szám akkor és csak akkor nem osztható 6-tal, ha számjegyeinek összege nem osztható 3-mal vagy nem páros;

g) $(E \wedge B) \rightarrow D$.

ha egy szám osztható 4-gyel és páros \Rightarrow nem prím.

A, c, e, f, g igaz, az a, b, d hamis.

E1 41. Legyen p , q és r logikai változó. Jelöljük i -vel, illetve h -val az igaz, illetve hamis logikai értéket. Oldjuk meg p , q , r -re a következő egyenleteket:

a) $p \wedge q \wedge r = i$; b) $p \wedge q \wedge r = h$; c) $(p \vee q) \wedge r = i$;
d) $(p \wedge q) \rightarrow r = h$; e) $(p \wedge q) \rightarrow r = h$; f) $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge q) = h$;
g) $(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge r) = i$; h) $[(p \wedge i) \vee (p \wedge h)] \leftrightarrow (q \wedge r) = h$.