

964.

$$A: 100 \cdot 1,03^{20} \approx 180,6$$

$$B: 80 \cdot 1,05^{20} \approx 212,3$$

Mikor előzi meg a B tetele a A teteleit!

$$100 \cdot 1,03^n \leq 80 \cdot 1,05^n \quad /: 80$$

$$\frac{100}{80} \cdot 1,03^n \leq 1,05^n \quad /: 1,03^n$$

$$1,25 \leq \left(\frac{1,05}{1,03}\right)^n \quad / \lg$$

$$\lg 1,25 \leq \lg \left(\frac{1,05}{1,03}\right)^n$$

$$\lg 1,25 \leq n \cdot \lg \frac{1,05}{1,03}$$

$$\frac{\lg 1,25}{\lg \frac{1,05}{1,03}} \leq n$$

$$\lg \frac{1,05}{1,03}$$

$$11,6 \leq n$$

A 12. évben előzi meg!

K2 984. Három szám, amelyeknek összege 114, egy mértani sorozat első három eleme, de tekinthetők egy számtani sorozat 1., 4. és 25. elemének is. Melyik ez a három szám?

$$M: \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

$$\text{összeg: } 114$$

$$S_2: \quad b_1 \quad b_4 \quad b_{25}$$

$$\text{összeg: } 114$$

$$M: \quad a_1 \quad a_1 q \quad a_1 q^2$$

$$\begin{aligned} b_{25} - b_4 &= 21d \\ b_4 - b_1 &= 3d \end{aligned} \quad \cdot 7$$

$$a_1 q^2 - a_1 q = 7(a_1 q - a_1)$$

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 114$$

$$a_1 q^2 - 8a_1 q + 7a_1 = 0$$

$$a_1 + a_1 q + a_1 q^2 = 114$$

$$\left. \begin{aligned} a_1(q^2 - 8q + 7) &= 0 \\ a_1(1 + q + q^2) &= 114 \end{aligned} \right\} :$$

$$\frac{a_1(q^2 - 8q + 7)}{a_1(1 + q + q^2)} = 0 \quad a_1 \neq 0$$

$$q^2 - 8q + 7 = 0$$

Három könyvért összesen 7280 forintot fizetünk.

A legdrágább könyv 1520 Ft-tal volt olcsóbb, mint a másik kettő együttvéve.

Mennyibe kerültek a könyvek, ha áruk egy mértani sorozat egymást követő tagjai?

$$a_1 + a_2 + a_3 = 7280 \quad (a_3 > a_2 \geq a_1) \Rightarrow q > 1$$

$$a_3 + 1520 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1 + a_2 - a_3 = 1520$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 7280$$

$$a_1 + a_1q - a_1q^2 = 1520$$

$$a_1 \cdot (1 + q + q^2) = 7280 \quad 1 + q + q^2 \neq 0 \quad a_1 \neq 0$$

$$a_1 \cdot (1 + q - q^2) = 1520$$

$$\frac{1 + q - q^2}{1 + q + q^2} = \frac{1520}{7280}$$

$$\frac{1 + q - q^2}{1 + q + q^2} = \frac{19}{91}$$

$$91 + 91q - 91q^2 = 19 + 19q + 19q^2$$

$$0 = 110q^2 - 72q - 72$$

$$0 = 55q^2 - 36q - 36$$

$$q_{1,2} = \frac{36 \pm 96}{110}$$

$$q_1 = \frac{132}{110} = 1,2$$

$$q_2 = -\frac{6}{11} \quad (q > 0 \text{ miatt nem lehetséges})$$

$$a_1 \cdot (1 + 1,2 - 1,44) = 1520$$

$$a_1 = 2000$$

$$a_2 = 2400$$

$$a_3 = 2880$$

$$2000 + 2400 = 4400$$

$$2880 + 1520 = 4400$$

A könyvek árai: 2000 Ft; 2400 Ft és 2880 Ft.

17. A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékbán helyezte el az *A* Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott?

A Nagy család a *B* Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a *B* Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel?

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.)

$$a) 700\,000 \cdot 1,06^2 = \underline{\underline{786\,520 \text{ Ft}}}$$

$$b) 1.\text{ év} : p\%$$

$$2.\text{ év} : (p+3)\%$$

$$800\,000 \cdot q \cdot (q+0,03) = 907\,200$$

$$q^2 + 0,03q = 1,134$$

$$1000q^2 + 30q - 1134 = 0$$

$$q_1 = 1,05$$

$$q_2 = -1,0755 \text{ (Nem lehetséges. } q > 0)$$

Az első évben a kamat 5%, a másodikban pedig 8%.

$$800\,000 \cdot 1,05 \cdot 1,08 = 907\,200$$

2. K1 Egy nem állandó mértani sorozat első három tagjának összege 21. E három szám tekinthető egy számtani sorozat első, második és negyedik tagjának. Adjuk meg az eredeti mértani sorozat első 6 tagját!

15. Csilla és Csongor ikrek, és születésükkor mindkettőjük részére takarékkönyvet nyitottak a nagyszülők. 18 éves korukig egyikőjük számlájáról sem vettek fel pénzt.

Csilla számlájára a születésekor 500 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg évi 8%-kal kamatozik.

- a)** Legfeljebb mekkora összeget vehet fel Csilla a 18. születésnapján a számlájáról, ha a kamat mindvégig 8%? (A pénzt forintra kerekített értékben fizeti ki a bank.)

Csongor számlájára a születésekor 400 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg félévente kamatozik, mindig azonos kamatlábbal.

- b)** Mekkora ez a félévenkénti kamatláb, ha tudjuk, hogy Csongor a számlájáról a 18. születésnapján 2 millió forintot vehet fel? (A kamatláb mindvégig állandó.) A kamatlábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

- 16.** Egy mértani sorozat első, második és harmadik tagja rendre egyenlő egy számtani sorozat első, negyedik és tizenhatodik tagjával. Mindkét sorozat első tagja 5. Számítsa ki a számtani sorozat ötödik tagját, valamint a mértani sorozat első öt tagjának összegét!

- a)** Egy számtani sorozat első tagja -7 , a nyolcadik tagja 14 . Adja meg n lehetséges értékeit, ha a sorozat első n tagjának összege legfeljebb 660 .
- b)** Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak -7 , a negyedik tagja -189 . Mekkora az n , ha az első n tag összege $-68\,887$?