Feladatok mértani sorozatokra

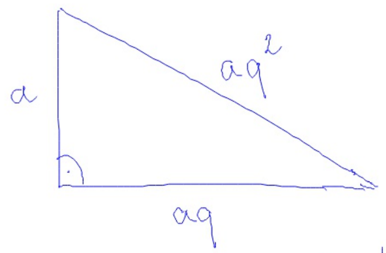
$a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Ha q=1, akkor a mértani sorozat minden tagja egyenlő, így: $S_n = a_1 \cdot n$

Egy derékszögű háromszög oldalai egy mértani sorozat egymást követő tagjai. Mekkorák a háromszög szögei?



Pitagorasz t.: $a^2 + (aq)^2 = (aq^2)^2$

$q > 1$

$a^2 + a^2q^2 = a^2q^4 \quad / : a^2 \quad (a>0)$

$1 + q^2 = q^4$

$0 = q^4 - q^2 - 1 \quad q^2 = x$

$0 = x^2 - x - 1$

$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$, $x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

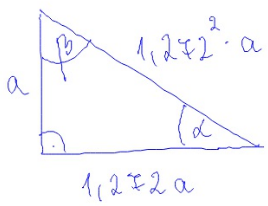
1. eset: $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = q^2$

$q \approx \underline{1,272}$

2. eset: $\frac{1-\sqrt{5}}{2} \neq q^2$

mert

$\frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$



$tg\alpha = \frac{\cancel{a}}{1,272\cancel{a}} = \frac{1}{1,272}$

$\alpha \approx \underline{\underline{38,17°}}$

$\beta \approx \underline{\underline{51,83}}$

Az olyan derékszögű Δ-ek amelyek oldalai mértani sorozatot alkotnak $\boxed{\text{hasonlóak}}$ egymáshoz.

(szögeik megegyeznek)

959.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 1000 \implies a_2^3 = 1000 \implies a_2 = 10$$

$$a_1 + a_2 + a_3 = 62$$

$$\overset{a_1}{\overset{\shortparallel}{\frac{10}{q}}} \xrightarrow{\cdot q} 10 \xrightarrow{\cdot q} \overset{a_3}{\overset{\shortparallel}{10q}}$$

$$a_1 + 10 + a_3 = 62$$

$$\frac{10}{q} + 10 + 10q = 62 \quad / \cdot q$$

Hf. $\quad 10 + 10q + 10q^2 = 62q$

$$10q^2 - 52q + 10 = 0$$

$$5q^2 - 26q + 5 = 0$$

$$q_{1,2} = \frac{26 \pm \sqrt{676 - 100}}{10} = \frac{26 \pm 24}{10}$$

$$q_1 = 5$$

$$q_2 = \frac{1}{5}$$

$1.eset \ (q_1 = 5)$

2 10 50

$$2 \cdot 10 \cdot 50 = 1000$$

$$2 + 10 + 50 = 62$$

$1.eset \ (q_2 = \frac{1}{5})$

50 10 2

$$50 \cdot 10 \cdot 2 = 1000$$

$$50 + 10 + 2 = 62$$

TK.: 49/1.

$$a_3 = a_2 + 36$$
$$\underline{a_2 \cdot a_3 = -243}$$

$$a_2 \cdot (a_2 + 36) = -243$$
$$a_2^2 + 36a_2 + 243 = 0$$
$$(a_2)_{1,2} = \frac{-36 \pm \sqrt{1296 - 972}}{2} = \frac{-36 \pm 18}{2}$$

1.*eset*

$$a_2 = -9$$
$$a_3 = -9 + 36 = 27$$
$$q = \frac{27}{-9} = -3$$
$$a_1 = \frac{-9}{-3} = 3$$

3 $\quad -9 \quad$ 27

2.*eset*

$$a_2 = -27$$
$$a_3 = -27 + 36 = 9$$
$$q = \frac{9}{-27} = -\frac{1}{3}$$
$$a_1 = \frac{-27}{-\frac{1}{3}} = 81$$

81 $\quad -27 \quad$ 9

1. K1 Számítsuk ki a mértani sorozat első tagját és hányadosát, ha

a) $a_5 - a_1 = 15$ és $a_4 - a_2 = 6$;

b) $a_2 + a_5 - a_4 = 10$ és $a_3 + a_6 - a_5 = 20$;

c) $a_1 + a_4 = 27$ és $a_2 + a_3 = 18$!

2. K1 Egy mértani sorozat első három tagjának összege 21. A sorozat következő három tagjának összege 168. Melyik ez a mértani sorozat?

3. K1 Igaz-e, hogy az alábbi három szám egy mértani sorozat három egymást követő tagja?

$\frac{3}{2\sqrt{3}-1}$, $\frac{6}{6-\sqrt{3}}$, $\frac{8\sqrt{3}+4}{11}$.