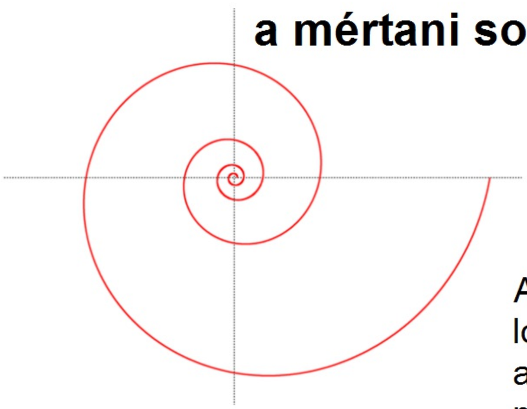
A mértani sorozat n. tagja

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$

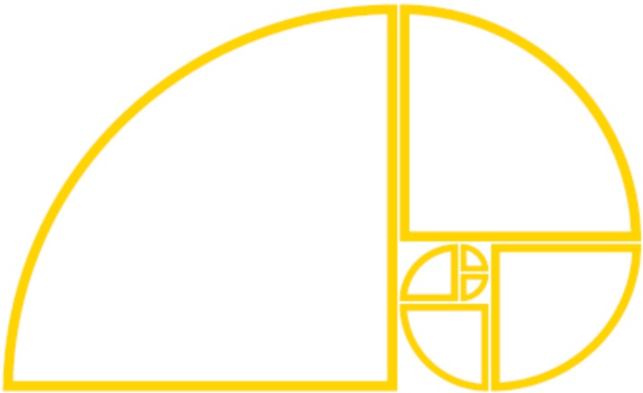
és

a mértani sorozat első n elemének összege



S_n

A görbe minden fordulata közötti távolság a logaritmikus spirálnál mértani sorozat szerint nő, az Arkhimédesi spirálnál pedig tetszőleges P pontjának a kezdőponttól való távolsága egyenesen arányos az elfordulás szögével!



Felhőzet Izland felett

https://hu.wikipedia.org/wiki/Logaritmikus_spirál#/media/File:Low_pressure_system_over_Iceland.jpg

Nautiluszok

http://www.termeszettar.hu/anyagok/nautil/naut.html

https://hu.wikipedia.org/wiki/Logaritmikus_spirál#/media/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg

A spirális galaxisok karjai

https://hu.wikipedia.org/wiki/Logaritmikus_spirál#/media/File:Messier51.jpg

Írjuk fel az a_1 és a q segítségével!

$a_2 = a_1 \cdot q$

$a_{10} = a_1 \cdot q^9$

$a_{47} = a_1 \cdot q^{46}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Írjuk fel az a_5 és a q segítségével!

$a_5 \xrightarrow{\cdot q} a_6 \xrightarrow{\cdot q} a_7$

$a_7 = a_5 \cdot q^{+2}$

$a_3 = \frac{a_5}{q^2} = a_5 \cdot q^{-2}$

$a_1 = \frac{a_5}{q^4} = a_5 \cdot q^{-4}$

$a_{10} = a_5 \cdot q^5$

1. Egy mértani sorozat első eleme; 4 harmadik eleme 36.
   Mi a sorozat 4. eleme?

$a_1 = 4$

$a_3 = 36$

$a_4 = ?$

$a_3 = a_1 \cdot q^2$

$36 = 4 \cdot q^2$

$9 = q^2$

$3 = q_1 \quad q_2 = -3$

1. eset: $a_4 = 4 \cdot 3^3 = 108$

2. eset: $a_4 = 4 \cdot (-3)^3 = -108$

1. eset: $4;\ 12;\ 36;\ 108;\ \ldots$ $\quad q_1 = 3$

2. eset: $4;\ -12;\ 36;\ -108;\ \ldots$ $\quad q_2 = -3$

2. Egy mértani sorozat első eleme -448; negyedik eleme 56.
Mi a sorozat kvóciense és a második eleme?

$a_1 = -448$

$a_4 = 56$

$q = ?$

a_2

$a_4 = a_1 \cdot q^3$

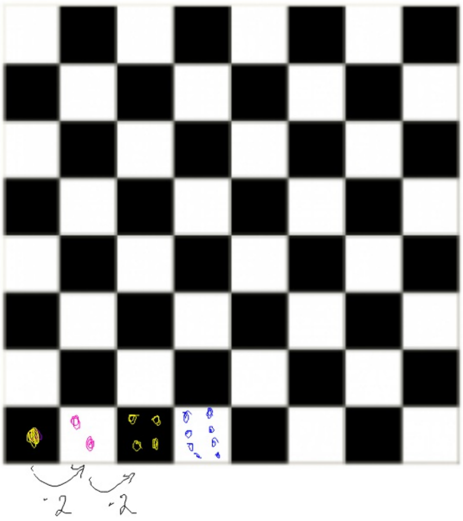
$56 = -448 \cdot q^3$

$-\frac{1}{8} = q^3$

$-\frac{1}{2} = q$

$a_2 = -448 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 224$

A kb. 2000 évvel ezelőtt keletkezett sakkjáték eredetéről több mítosz is fennmaradt. Nagyon szép legendát jegyeztek le Perzsiában a XIII. században. Eszerint az uralkodót rendkívül elbűvölte a játék szépsége, ezért maga elé hívatta a játék feltalálóját, hogy személyesen jutalmazza meg találmányáért. A „szerény" bölcs azt kérte, hogy helyezzenek a tábla első négyzetére egy szem búzát, a másodikra két szemet, a harmadikra négyet, a negyedikre nyolcat és így tovább: minden mezőre kétszer annyi búzaszem kerüljön, mint az előzőre. Ha ezzel elkészültek, akkor ezen búzaszemek összege legyen a jutalma.
A történet szerint az uralkodó tüstént hozatott két zsák búzát, de a kérést nem tudta teljesíteni.



$$1 + \cancel{2} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \ldots + \cancel{2^{63}} = A \quad / \cdot 2$$

$$\cancel{2} + \cancel{2^2} + \cancel{2^3} + \cancel{2^4} + \ldots + 2^{64} = 2 \cdot A$$

$$2^{64} - 1 = A$$

$$A \approx 1{,}844 \cdot 10^{19} \text{ db búzaszem}$$

Konkrét mérés alapján 300 szem búza tömege 11,4 gramm, ezért egy szem búza 0,038 gramm.

1 szem búza 0,038 g

Ez kb $7 \cdot 10^{11}$ tonna búza

1 vagon teherbírása 12 tonna.

1 vagon hossza 12 m

$\approx$ 700976274 km hosszú vonat

Föld - Hold távolsága 384000 km

Írjuk fel általánosan a mértani sor első n tagjának az összegét!

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

Fibonacci nevezetes sorozata (1, 1, 2, 3, 5, 8, ...) eredetileg egy nyúltenyésztési probléma megoldása volt. A sorozat elemeivel a természetben is találkozunk: egyes növények leveleinek elhelyezkedése, vagy pl. a napraforgómagok spirális elrendeződése hasonló mintát követ. A sorozat szomszédos tagjainak hányadosa egyre jobban megközelíti a híres „aranymetszési" arányt, amely az építészetben, szobrászatban, festészetben vagy akár a zeneművészetben is gyakran alkalmazott szerkesztési módszer. *(A matematika és a művészet e híres kapcsolódási pontjáról az interneten bőven találsz további szakanyagot.)*

Nature by Numbers

https://www.youtube.com/watch?v=kkGeOWYOFoA

http://www.erdekesvilag.hu/egy-nagyszeru-video-a-szamok-es-a-termeszet-osszefuggeseirol/

TK: 51/1.

$a_5 = -12$

$a_{10} = 12$

$a_{10} = a_5 \cdot q^5$

$12 = -12 \cdot q^5$

$q = -1$

$a_5 = a_1 \cdot q^4$

$-12 = a_1$

$S_{20} = 0$

TK: 51/2.

$a_5 = -12$

$a_7 = -12$

$a_7 = a_5 \cdot q^2$

$1 = q^2$

$q_1 = 1 \quad \Rightarrow \quad S_{20} = 20 \cdot (-12) = -240$

$q_2 = -1 \quad \Rightarrow \quad S_{20} = 0$