

2008. május id. - 13. feladat (3+4+5=12 pont)

Egy vállalat új termék gyártását kezdte el. Az első héten 200 darab termék készült el, a további hetekben pedig az előző hetinél mindig 3-mal több.

Hf. ellenőrzése

- Hány ilyen terméket gyártottak az indulástól számított 15. héten?
- Ebből a termékből összesen hány készül el egy év (52 hét) alatt, ha a termelés végig így növekszik?
- A kezdetektől számítva legalább hány hétnek kell eltelnie, hogy a vállalat erről a termékről kijelenthesse: Az induláshoz képest megduplázódott a hetenként előállított termékek száma.

$$a_1 = 200$$

$$d = 3$$

a)

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

$$a_{15} = 200 + 14 \cdot 3 = 242$$

242 terméket gyártottak a 15. héten

b)

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

$$S_{52} = \frac{52(2 \cdot 200 + 51 \cdot 3)}{2} = 14378$$

14378 terméket készült el 52 hét alatt.

c) $a_1 + (n-1)d \geq 400$

$$200 + (n-1) \cdot 3 \geq 400$$

$$(n-1) \cdot 3 \geq 200$$

$$n-1 \geq \frac{200}{3}$$

$$n \geq \frac{200}{3} + 1 = 67,6$$

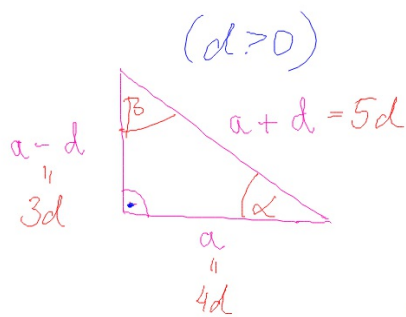
$$\frac{200}{3} + 1 = 67,6$$

$$n \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow n \geq 68$$

$$a_n \geq 400$$

$$n = 67,6$$

Legalább 68 hét múlva duplázódik meg a hetenként előállított termékek száma.



$$\cos \alpha = \frac{4d}{5d} = \frac{4}{5}$$

$$\alpha \approx 36,87^\circ$$

$$\beta = 53,13^\circ$$

$$T = 600 \text{ cm}^2$$

$$\frac{a(a-d)}{2} = 600$$

$$a(a-d) = 1200$$

$$4d \cdot 3d = 1200$$

$$12d^2 = 1200$$

$$d^2 = 100$$

$$d = 10$$

A Δ adalah: 30 cm, 40 cm, 50 cm

Pit. tekel:

$$a^2 + (a-d)^2 = (a+d)^2$$

$$a^2 + a^2 - 2ad + d^2 = a^2 + 2ad + d^2$$

$$a^2 - 4ad = 0$$

$$a(a - 4d) = 0$$

$$a \neq 0$$

$$a = 4d$$

Fgy. 898.

Feladatok számtani sorozatokra

$$2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \dots \cdot 2^{100} = 2^{1+2+3+\dots+100} = 2^{\frac{100 \cdot 101}{2}} = 2^{5050}$$

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 28 = 1,45$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 5438 = 3,74 \Rightarrow 4 \text{ számjegy}$$

$$\lg 2^{5050} = 5050 \cdot \lg 2 \approx 1520,2$$

↓
 2^{5050} 1521 számjeggyel írható le!

2006. október - 16. feladat (3+8+3+3=17 pont)

Egy útépitő vállalkozás egy munka elkezdésekor az első napon 220 méternyi utat aszfaltoz le. A rákövetkező napon 230 métert, az azutánin 240 métert és így tovább: a munkások létszámát naponta növelve minden következő munkanapon 10 méterrel többet, mint az azt megelőző napon.

- Hány méter utat aszfaltoznak le a 11-edik munkanapon?
- Az összes aszfaltozandó út hossza ebben a munkában 7,1 km. Hányadik munkanapon készülnek el vele?
- Hány méter utat aszfaltoznak le az utolsó munkanapon?
- A 21-edik napon kétszer annyian dolgoztak, mint az első napon. Igaz-e az a feltetelezés, hogy a naponta elkészült út hossza egyenesen arányos a munkások létszámával? (Válaszát indokolja!)

$$a_1 = 220$$

$$d = 10$$

$$a) \quad a_{11} = 220 + 10 \cdot 10 = \underline{\underline{320 \text{ m}}}$$
 -t aszfaltoznak le a 11. napon

$$b) \quad S_n = 7100$$

$$7100 = \frac{n(440 + (n-1) \cdot 10)}{2}$$

$$14200 = n(440 + 10n - 10)$$

$$14200 = n(430 + 10n)$$

$$14200 = 430n + 10n^2$$

$$0 = 10n^2 + 430n - 14200$$

$$0 = n^2 + 43n - 1420$$

$$n_{1,2} = \frac{-43 \pm \sqrt{1849 + 5680}}{2} = \frac{-43 \pm 86,77}{2}$$

A 22. munkapont készítése le,

$$S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

$$c) S_{21} = \frac{21 \cdot (440 + (21-1) \cdot 10)}{2}$$

$$S_{21} = \frac{21 \cdot 640}{2} = 6720$$

$$7100 - 6720 = \underline{\underline{380\text{m}}}$$

$$n_1 \approx 21,89$$

$$n_2 \approx -64,89$$

Nem lehetőséges!

$$d) a_{21} = 220 + 20 \cdot 10 = 420 \text{ m}$$

$$a_1 = 220 \text{ m}$$

Nem egészen arányos!

Fgy. 925.

Sokszög

$$\alpha_1 = 120^\circ$$

$$d = 5^\circ$$

$$\underbrace{(n-2) \cdot 180^\circ}_{S_n} = \underbrace{\frac{n(240^\circ + (n-1) \cdot 5^\circ)}{2}}_{S_n}$$

$$180n - 360 = \frac{n(240 + 5n - 5)}{2}$$

$$360n - 720 = 235n + 5n^2$$

$$0 = n^2 - 25n + 144$$

$$\text{belső szögek összege: } (n-2) \cdot 180^\circ = S_n \quad \left(\begin{array}{l} n \in \mathbb{Z}^+ \\ n \geq 3 \end{array} \right)$$

(?!)

$$n_1 = 16$$

$$n_2 = 9$$

$$n_2 = 16 \text{ esetben } \alpha_{13} = 120^\circ + 12 \cdot 5^\circ = 180^\circ$$

Egy sokszögnek nem lehet 180° -os szöge!

A sokszög 9 oldalú!

A számtani sorozat

	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
kapcsolat a sorozat tagjai között	$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$
az első n tag összege	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$
	$S_n = \frac{n \cdot (2a_1 + (n-1) \cdot d)}{2}$

901.

$$a) \quad \frac{a_7 + a_9}{2} = a_8$$

$$\frac{a_7 + a_{13}}{2} = a_{10}$$

$$\frac{a_5 + a_{21}}{2} = a_{14}$$

$$a_7 + a_{13} = 2a_{10}$$

$$c) \quad \frac{a_7 + a_8 + a_{12} + a_{13}}{4} = \frac{2a_{10} + 2a_{10}}{4} = \frac{4a_{10}}{4} = a_{10}$$

$$e) \quad \frac{a_5 + a_7 + a_{11} + a_{12} + a_{16} + a_{17} + a_{21} + a_{22}}{8} = \frac{2a_{14} + 2a_{14} + 2a_{14} + 2a_{14}}{8} = \frac{8a_{14}}{8} = \underline{\underline{a_{14}}}$$