

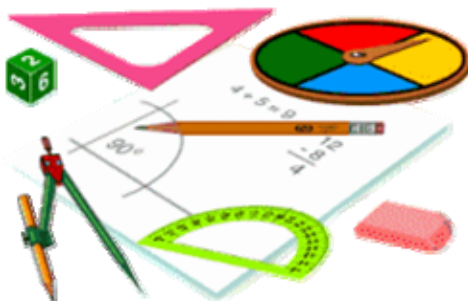
PRÓBAÉRETTSÉGI

2003. május-június

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINT

JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ



Kedves Kolléga!

Kérjük, hogy a dolgozatok javítását a javítási útmutató alapján végezze, a következők figyelembevételével.

Formai kérések:

- Kérjük, hogy *piros tollal* javítson, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölje a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található üres négyzetek közül mindig az elsőt töltsse ki. Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a szürke négyzetekbe. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes *részpontszámokat* is írja rá a dolgozatra.
- Kérjük, hogy a dolgozat javítása után a füzetek belső borítóján található *szürke táblázatot* is töltsse ki.

Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól *eltérő megoldás* születik, kérjük, hogy keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai további részpontokra *bonthatók*.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél *kevésbé részletezett*.
- Ha a megoldásban *számolási hiba*, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- *Elvi hiba* esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb részkérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.

Munkájukat, együttműködésüket előre is köszönjük.

I. rész

Az I. részben a 4. és a 6. feladat kivételével a helyes válasz indoklás nélkül is teljes pontszámot ér.

1. feladat

$$0,5 \text{ liter} \cdot 0,028 = 0,014 \text{ liter}$$

$$0,14 \text{ dl}$$

2 pont

1 pont

Az átváltás és a százalék-számítás sorrendje tetszőleges.

Összesen: 3 pont**2. feladat**

a) $\log_2 32 = 5$

2 pont

Összesen: 2 pont

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{3^5}{32} = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = 7,59375$

2 pont

Bármilyen helyes megoldás elfogadható.

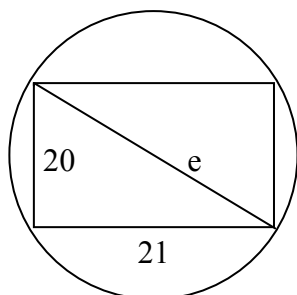
Összesen: 2 pont**3. feladat**

$$4 - x < 0$$

1 pont

$$x > 4$$

1 pont

Összesen: 2 pont**4. feladat**

$$e^2 = 21^2 + 20^2$$

$$e = 29$$

1 pont

Az átmérő legalább 29 cm.

2 pont

Mértékegység nélkül a 2 pontból 1 pont adható.

Összesen: 3 pont

5. feladat

a)

A	B	C	D	E
2	4	1	1	6

2 pont

Ez a két pont akkor adható, ha legalább 4 válasz helyes. 1 pont akkor adható, ha 2 vagy 3 jó válasz van.

Összesen: 2 pont

b) 3 mérkőzés van még hátra.

2 pont

Összesen: 2 pont**6. feladat**

x legyen a fehér golyók száma.
 $5 + x$ golyó van összesen.

$$\frac{x}{x+5} = 0,8$$

$$x = 0,8x + 4$$

2 pont

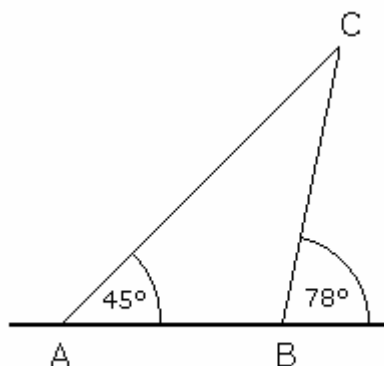
Az egyenlet felírásáért vagy jó gondolatmenetért (szöveges okoskodásért).

$$0,2x = 4$$

$$x = 20$$

2 pont

A jó végeredményért.

Összesen: 4 pont**7. feladat**

A C csúcsnál lévő belső szög: $\gamma = 78^\circ - 45^\circ = 33^\circ$ 2 pont

Összesen: 2 pont**8. feladat**

a) $30 - 25 = 5$
5 nap

2 pont

Összesen: 2 pont

b) $12 + 25 - x = 30$
 $x = 7$
7 nap

2 pont

Mértékegység nélkül is jár a pont.

Összesen: 2 pont

9. feladat

A b) válasz a jó.

2 pont

Összesen: 2 pont**10. feladat** $x^2 - 2x - 8 = 0$ egyenlet gyökei lesznek a zérus-helyek:

$x_1 = -2$

1 pont

$x_2 = 4$

1 pont

Összesen: 2 pont**II./A rész****11. feladat**

a)

1. megoldás

$27 \cdot 3^x = 3 \cdot 3^{2x}$

1 pont

$3^{2x} - 9 \cdot 3^x = 0$

1 pont

$3^x(3^x - 9) = 0$

1 pont

$3^x = 0$, ennek nincs megoldása
vagy $3^x = 9$, tehát $x = 2$

1 pont

1 pont

Ellenőrzés.

1 pont

Vagy a megoldóképlet alkalmazása.

Ha 3^x -ből nem számol x -et, akkor összesen 3 pont adható.

2. megoldás

$3^x \cdot 3^3 = 3^{2x+1}$

1 pont

$3^{x+3} = 3^{2x+1}$

2 pont

$x + 3 = 2x + 1$

1 pont

$x = 2$

1 pont

Ellenőrzés.

1 pont

Összesen: 6 pont

b)

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5-x^2}$

$3x+1 = 5-x^2$

1 pont

$x^2 + 3x - 4 = 0$

1 pont

$x_1 = 1$

1 pont

$x_2 = -4$

1 pont

Ellenőrzés: -4 hamis gyök

1 pont

Az $x = 1$ a megoldás.

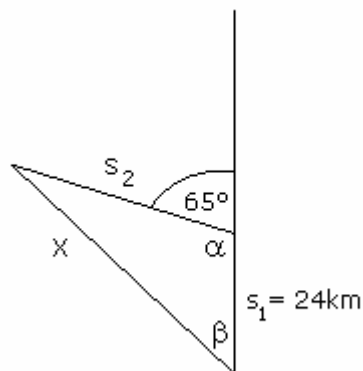
1 pont

Összesen: 6 pont

Ha az értelmezési tartomány helyes felírásából derül ki, hogy melyik a jó megoldás, akkor is jár a 6 pont. (Ha az értelmezési tartományt helyesen megállapítja, de utána nem tudja megoldani az egyenletet, akkor 2 pont.)

12. feladat

a)



1 pont

A jó ábra 1 pontot ér, de a kifogástalan megoldás ábra nélkül is 12 pontos.

Az elfordulás utáni út menetideje:

$$t_2 = 150 - 40 = 110$$

$$t_2 = \frac{11}{6} h$$

1 pont

 t_2 megállapításáért.Az elfordulás utáni út: $s = v \cdot t$

$$s_2 = \frac{11}{6} h \cdot 42 \frac{\text{km}}{h}$$

1 pont

$$s_2 = 77 \text{ km}$$

1 pont

 s_2 kiszámításáért összesen 2 pont.

$$\alpha = 115^\circ$$

1 pont

$$x^2 = 24^2 + 77^2 - 2 \cdot 24 \cdot 77 \cdot \cos 115^\circ$$

2 pont

A koszinusz tétel helyes felírásáért összesen 2 pont.

$$x^2 = 8066,98$$

$$x = 89,8 \text{ km}$$

2 pont

Mértékegység nélkül csak 1 pont jár.
(Nem számít hibának, ha mértékegységet csak a végeredményben tüntet fel a vizsgázó, amennyiben közben helyesen számol.)**Összesen: 9 pont**

b)

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{s_2}{x}$$

1 pont

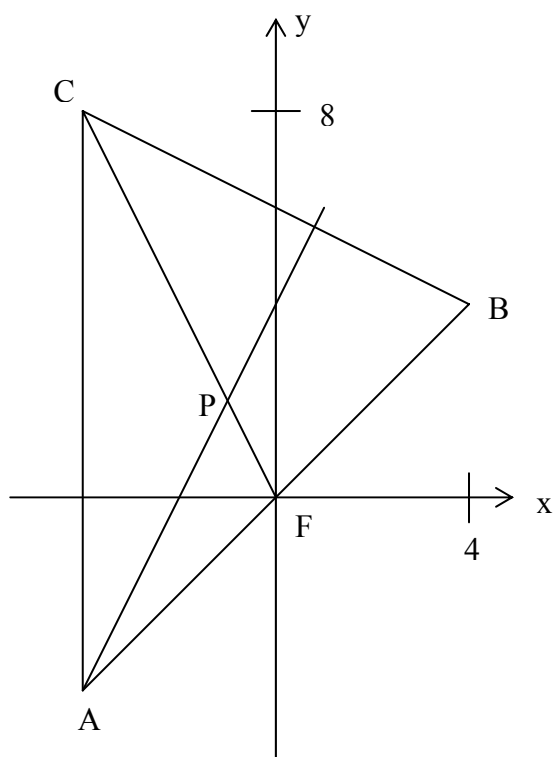
$$\sin \beta = \sin 115^\circ \cdot \frac{77}{89,8} = 0,7771$$

1 pont

$$\beta = 50,99^\circ \approx 51^\circ$$

1 pont

Összesen: 3 pont

13. feladat

A magasságvonal egyenlete:

$$\begin{aligned} \vec{BC} &= (-8; 4) \\ \underline{n} &= (-2; 1) \\ A &= (-4; -4) \\ -2x + y &= 4 \end{aligned}$$

2 pont

A súlyvonal egyenlete:

$$\begin{aligned} F &= (0; 0) \\ \vec{FC} &= (-4; 8) \\ \underline{n} &= (2; 1) \\ 2x + y &= 0 \end{aligned}$$

1 pont

1 pont

1 pont

2 pont

A magasságvonal egyenletéért 5 pont.

A súlyvonal egyenletéért 5 pont.

A metszéspontjuk az egyenletrendszer megoldása:

$$P(-1; 2)$$

2 pont

A metszéspont kiszámításáért 2 pont.

Ha egy pontos rajzról leolvassa a jó végeredményt, akkor összesen 3 pont adható.

Összesen: 12 pont

II./B rész

Az alábbi három feladat (14 – 16.) közül tetszés szerint választott *kettőt* kellett megoldani és *kettőt* kell értékelni!

14. feladat

a)

Az oszlopok hossza nem arányos az ábrázolt mennyiségekkel, így az ábra jóval nagyobb növekedést sugall, mint a valóság.

3 pont

Összesen: 3 pont

b)

2000: 1000 peták/m²2001: 1200 peták/m²2002: 1600 peták/m²

1 pont

1 pont

2000: $\frac{1,2 \cdot 10^7}{10^3} m^2 = 12\,000 m^2$ új lakás épült. 1 pont

2001: $\frac{1,296 \cdot 10^7}{1200} m^2 = 10\,800 m^2$ új lakás 1 pont

épült.

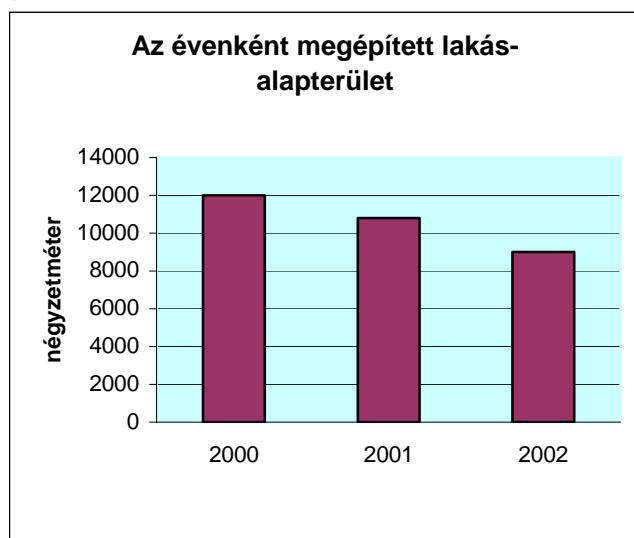
2002: $\frac{1,44 \cdot 10^7}{1600} m^2 = 9000 m^2$ új lakás épült. 1 pont

Tehát az egy év alatt felépített bérlakások összes alapterülete évről évre csökkent.

3 pont.

Összesen: 8 pont

c)



3 pont

Összesen: 3 pont

d)

A megadott adatokból nem állapítható meg, mert nem tudjuk egy-egy lakás alapterületét (ami igen változó lehet).

3 pont

Összesen: 3 pont

15. feladat

a)

$$E_1 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-12}}{10^{-12}} \quad 2 \text{ pont} \quad \text{A képlet értelmezéséért.}$$

$$E_1 = 10 \cdot \lg 1 = 0 \\ E_1 = 0 \text{ decibel} \quad 2 \text{ pont} \quad \text{Mértékegység nélkül 1 pont.}$$

$$E_2 = 10 \cdot \lg \frac{10^{-6}}{10^{-12}} \quad 2 \text{ pont} \quad \text{A képlet értelmezéséért.}$$

$$E_2 = 10 \cdot \lg 10^6 = 60 \\ E_2 = 60 \text{ decibel} \quad 2 \text{ pont} \quad \text{Mértékegység nélkül 1 pont.}$$

Összesen: 8 pont

b)

$$I = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Legyen E_m a motor szubjektív hangerőssége,
 I_m az objektív hangerőssége.

$$E_m = 130 \text{ decibel} \quad 1 \text{ pont} \quad \text{Az adat értelmezéséért,}$$

$$130 = 10 \cdot \lg \frac{I_m}{10^{-12}} \quad 3 \text{ pont} \quad \text{Az egyenlet felírásáért.}$$

$$13 = \lg \frac{I_m}{10^{-12}} \quad 1 \text{ pont}$$

$$10^{13} = \frac{I_m}{10^{-12}} \quad 3 \text{ pont} \quad \text{A logaritmus értelmezéséért.}$$

Tehát a motorzaj objektív hangerőssége a halk suttogás objektív hangerősségének a 10^{13} -szorosa. 1 pont

Összesen: 9 pont

16. feladat

$$\text{a) } T = \frac{a \cdot m}{2}, \text{ ahol } m = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ tehát } T = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 0,5 \quad 2 \text{ pont}$$

$$a = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 1,07 \quad 2 \text{ pont}$$

A köré írható kör átmérőjét keressük. 1 pont

A sugár a súlyvonal 2/3-ad része. 1 pont

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \quad 2 \text{ pont}$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3\sqrt{3}}} \quad 1 \text{ pont}$$

Legalább 125 cm átmérőjű terítő kell. 1 pont

124 cm is elfogadható.
Ha kerekítés miatt ennél
kisebb értéket kap, akkor
ez a pont nem jár.

Összesen: 10 pont

b)

1. megoldás

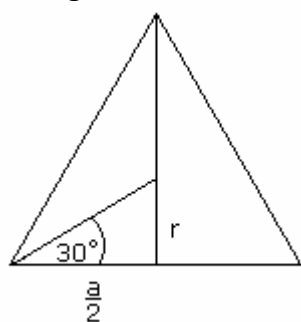
A beírt kör sugarát keressük, ami a körülírt kör sugarának a fele.

$$r = \frac{R}{2} \quad 5 \text{ pont}$$

$$\text{Tehát a tál átmérője: } 0,62 \text{ m} = \quad 1 \text{ pont}$$

$$= 62 \text{ cm} \quad 1 \text{ pont}$$

2. megoldás



1 pont

$$\text{tg}30^\circ = \frac{r}{\frac{a}{2}} \quad 2 \text{ pont}$$

$$r = \frac{a}{2} \cdot \text{tg}30^\circ \quad 1 \text{ pont}$$

$$r = 0,31 \quad 1 \text{ pont}$$

$$d = 0,62 \text{ m} \quad 1 \text{ pont}$$

$$d = 62 \text{ cm} \quad 1 \text{ pont}$$

Összesen: 7 pont